Speciální teorie relativity

Fyzika založená na pohybových zákonech sira Isaaca Newtona se na počátku 20. století částečně nahradila Einsteinovými teoriemi relativity. První z nich je speciální teorie relativity.

- Abychom porozuměli změnám, které se odehrály ve fyzice na počátku dvacátého století, musíme si nejdříve ujasnit, jak přesně se hledělo na svět před Einsteinem.
    - Popsání stavu/děje
        - Vše se dalo popsat pomocí tří souřadnic prostoru (x, y, z) a jednou souřadnicí času (t). Prostor a čas mezi sebou neměly žádnou souvislost.
    - Mechanika
        - Relativní rychlost se dá spočíst jako vektorový součet rychlostí

$$\vec{v_r} = \sum_{j=1}^{m} \vec{v_j}$$

        - Velikost rychlosti může být libovolná, není omezena žádnou hranicí.
        - Hmotnost předmětů je absolutní.
        - Velikost předmětů je absolutní.
        - Čas je absolutní + současnost je absolutní.
        - Platí Galileův princip relativity: „Ve všech inerciálních soustavách probíhají mechanické děje stejně a podle stejných zákonů mechaniky."

- Einstein upravil tyto mylné domněnky lidstva ve svých teoriích relativity. **Speciální teorií relativity** myslíme zákony, které platí **v inerciálních soustavách**. Obecná teorie relativity, která není látkou středních škol a gymnázií, pak platí pro soustavy neinerciální.

- **Úpravy SPECIÁLNÍ TEORIE RELATIVITY** (bez vzorců)
    - Popsání stavu/děje
        - Nenacházíme se v prostoru (x, y, z) a čase (t) zvlášť, avšak žijeme ve čtyřrozměrném **časoprostor**u.
    - Mechanika
        - Relativní rychlost se nedá spočíst jako vektorový součet, platí jiný vztah.
        - Velikost rychlost nepřekročí určitou hranici (rychlost světla), dokonce rychlosti světla zrychlováním nic nedosáhne, rychlost tělesa/bodu se může rychlosti světla pouze blížit.
        - Hmotnost se mění v závislosti na relativní rychlosti.
        - Délka předmětů se mění v závislosti na relativní rychlosti.
        - Čas je různý v závislosti na relativní rychlosti + současnost je relativní.
        - Einsteinův upravený princip relativity: „Ve všech inerciálních soustavách probíhají všechny fyzikální děje stejně a podle stejných zákonů."

Postuláty Speciální teorie relativity

- Postulát – princip
- **1. Postulát STR**
  - ***„Princip relativity: Všechny fyzikální děje probíhají ve všech inerciálních vztažných soustavách stejně. Platí v nich stejné fyzikální zákony.“***
- **2. Postulát STR**
  - ***„Princip stálé rychlosti světla ve vakuu: Rychlost světla ve vakuu je ve všech inerciálních soustavách a ve všech směrech stejná.“***

- Platí-li postulát stále rychlosti světla ve vakuu, musíme se zamyslet nad současností dějů. Otevře-li někdo dveře, stojí od nich přibližně čtvrtinu metru. Pozorovatel může sedět v místnosti u stolu vzdáleného od dveří 10 metrů. Doba, než uvidí pozorovatel, že se dveře otevírají, bude tedy 40x delší, současnost otevření dveří proto bude relativní. Jelikož je rychlost světla nepředstavitelně veliká (během sekundy světlo 7,5x obkrouží Zemi po rovníku), tak není možné pozorovat zpoždění na tak malé vzdálenosti.

- Dle Lorentzových transformací jsme schopni dnes určit několik zásadních změn pro rovnoměrně se pohybující tělesa. Aby dané transformace platily, musíme mluvit o **vztažné inerciální soustavě**.
- Zavádíme tzv. Lorentzův koeficient:

$$\boldsymbol{\gamma = \left(\sqrt{1-\beta^2}\right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

- Kdy **v** je velikost relativní rychlosti dvou vztažných soustav.
- Jelikož je rychlost světla mezní rychlostí ve vesmíru, platí, že Lorenzův koeficient je vždy kladné číslo. Můžeme říci, že daný vztah platí pro libovolnou rychlost, pro kterou platí:

$$|\vec{v}| \ \epsilon \ < 0; +\infty)$$

- Jelikož se jedná o velikost rychlost, neuvažujeme záporné hodnoty. Pod odmocninou může vyjít taktéž 0 za předpokladu, že v = c, což pro žádné těleso nemůžeme uvažovat. Dosud jedinou „částicí“, která se pohybuje rychlostí světla, je foton.

Dilatace času

- Dilatace času je transformace čtvrtého rozměru časoprostoru – času. Než dojdeme k časové dilataci, musíme si uvědomit, že čas plyne všude stejně. Dejme si za příklad loď prolétající okolo Země rychlostí v = 0,99c. Člověk na Zemi, který prožije sekundu, bude sekundu vnímat jako sekundu. Člověk na lodi, který prožiju sekundu, bude sekundu vnímat jako sekundu. Avšak při pozorování děje z druhé vztažné soustavy, se bude zdát, že čas plyne ve druhé soustavě pomaleji. Obecně platí vztah, že čas t, jak dlouho vnímáme děj, který se odehrává dlouho podle času t_0, je součin právě času t_0 a Lorentzova koeficientu:

$$\boldsymbol{\Delta t(v) = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

- Pro nás speciální případ, kdy se rychlost lodi v = 0,99c spočtěme čas, po který bude pozorovat pozorovatel ze Země jednu sekundu uplynulou na lodi:

$$\Delta t(0{,}99c) = \frac{s}{\sqrt{1 - \frac{0{,}99^2 c^2}{c^2}}} = \frac{s}{\sqrt{0{,}0199}} \doteq 7s$$

- Může se zdát, že rozdíl 6 sekund je veliký, pro veliké rychlosti takový však nárůst opravdu je. Pojďme se podívat, jak dlouho vidíme sekundu v jedoucím autě (30 ms^{-1}):

$$\Delta t(30) = \frac{s}{\sqrt{1 - \frac{9 * 10^2}{9 * 10^{16}}}} \doteq 1{,}000\,000\,000\,000\,01s$$

- Vidíme, že pro rychlosti auta na dálnici je rozdíl nepatrný, stejně tak pro libovolné rychlosti, se kterými se v moderním světě setkáme.

Kontrakce délky

- Další z transformací, které můžeme pozorovat, je kontrakce délky, nikoliv šířky či hloubky. Představme si opět raketu letící okolo země rychlostí v = 0,99c. Představme si, že na palubě lodi je metrová tyč, kterou vidíme tak, že kdyby loď stála, viděli bychom ji metr dlouhou. Ve směru pohybu lodi však neuvidíme tyč metrovou. Pro kontrakci délky platí transformace:

$$\boldsymbol{l(v) = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Opět můžeme zkusit, jak dlouhou bychom tyč viděli:

$$l(0{,}99c) = \sqrt{1 - \frac{0{,}99^2 c^2}{c^2}} m = 0{,}14\, m$$

- A jak bychom viděli dlouho tyč v jedoucím automobilu?

$$l(30) = \sqrt{1 - \frac{9 * 10^2}{9 * 10^{16}}}\, m \doteq 0{,}999\,999\,999\,999\,994\, m$$

Relativistická hmotnost

- **Albert Einstein** řekl, že **hmota je zároveň energií**. To je zřejmě největší „trhák“, díky kterému započala celá éra kvantové fyziky. Pokud je energie hmota a my víme, že kinetická energie tělesa roste, pokud se pohybuje rychleji dle vztahu $\mathrm{E_k} = \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2$, musí tedy jasně platit, že i **hmotnost tělesa se zvětšuje se zvyšující se rychlostí tělesa**!
- My se prozatím omezíme na změnu hmotnosti při určité relativní rychlosti – opět tedy na pozorované těleso. Pro tento případ už představme závaží o hmotnosti 1 kg na palubě vesmírné rakety. Chtěli-li bychom nějak spočítat hmotnost, která se nám jeví, půjdeme na to přes vzoreček transformace. Obecně se hmotnost počítá stejně jako dilatace času:

$$\boldsymbol{m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

- Pro náš speciální případ tedy zkusíme dosadit a uvidíme, jak se změní hmotnost jednoho kilogramu při rychlosti v = 0,8c.

$$m(0{,}99c) = \frac{kg}{\sqrt{1 - \frac{0{,}99c^2}{c^2}}} \doteq 7\ kg$$

- Opět vidíme nárůst i v hmotnosti. Z podobnosti vzorce můžeme usoudit, že hmotnost se změní stejně jako čas při stejné rychlosti. Z podobnosti vzorce víme, že hmotnost se změní stejně jako čas, tudíž nemá cenu nijak tuto skutečnost více počítat.

- Pro všechny předešlé veličiny můžeme určit limity takové, kdy se rychlost v blíží k rychlosti c. První si ukažme dilataci času:

$$\Delta t(v \to c) = \lim_{v \to c} \left(\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \lim_{v \to c} \left(\frac{\Delta t_0}{0} \right) = \infty\ s$$

- Platí tedy, že pokud by se něco velice blížilo rychlosti světla, uvidíme děj na palubě takové lodi skoro nehybný, až téměř nekonečně dlouhý. Další veličinou je délka:

$$l(v \to c) = \lim_{v \to c} \left(l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) = \lim_{v \to c} (\,0) = 0\ m$$

- Pokud tedy bude těleso čím dál tím rychlejší, až téměř rychlé jako světlo, už jej vlastně vůbec neuvidíme, protože kontrakce jeho délky bude téměř 100%. Nyní si odvodíme poslední (a zřejmě nejdůležitější) limitu pro hmotnost:

$$m(v \to c) = \lim_{v \to c}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \lim_{v \to c}\left(\frac{m_0}{0}\right) = \infty\, kg$$

- Z toho vyplývá, že hmotnost tělesa se bude blížit k nekonečnu s přibývající rychlostí. Pro pozorovatele se tedy bude jevit i hybnost tělesa, popřípadě jeho kinetická energie nekonečná. Zároveň můžeme odvodit vztah pro hybnost tělesa a jeho limitu:

$$p(v) = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{p_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$p(v \to c) = \lim_{v \to c}\left(\frac{p_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \infty\, kg\, m\, s^{-1}$$

- To samé můžeme provést pro kinetickou energii:

$$E_k(v) = \frac{1}{2}\frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E_k(v \to c) = \lim_{v \to c}\left(\frac{1}{2}\frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \infty\, J$$

- Pokud se hybnost blíží k nekonečnu, měl by se blížit k nekonečnu i impuls síly, který byl tělesu udělen, aby se pohybovalo takto rychle:

$$I(v) = Ft = \frac{\Delta t_0 F}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{I_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$I(v \to c) = \lim_{v \to c}\left(\frac{I_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \infty\, N\, s$$

- Naše domněnka tedy byla potvrzena (verifikována).

Skládání rychlostí ve Speciální teorii relativity

- Již na začátku jsme si řekli, že rychlosti nemůžeme skládat stejně jako v klasickém Galileovském principu relativity jako vektorový součet. Místo součtu rychlostí tedy použijeme náročnější skládání rychlostí.
- Nejdřív si však vysvětleme, proč nemůžeme užít klasického skládání rychlostí. Vycházíme z toho, že rychlost světla je absolutní, tedy nic nemůže být rychlejší. Co ovšem znamená v našem případě rychlejší? Mluvíme o relativní rychlosti, jelikož rychlost světla je ve všech soustavách stejná (stále uvažujeme vakuum jako prostředí, kde se světlo šíří). Pokud tedy necháme proti sobě letět dvě rakety, při čemž každá bude mít vůči zemi rychlost $v_1 = v_2 = 0{,}8c$, jejich vzájemná rychlost by byla 1,6c, což není reálné.
- Lepší popsání rychlost získáme tak, že definujeme první rychlost jako v, druhou rychlost jako u a výslednou rychlost v_r.

$$\boldsymbol{v_r = \frac{v + u}{1 + \frac{uv}{c^2}}}$$

- Pro náš případ tedy platí, že relativní rychlost dvou letících lodí je:

$$v_r = \frac{0{,}8c + 0{,}8c}{1 + \frac{0{,}64c^2}{c^2}} = \frac{1{,}6c}{1{,}64} \doteq 0{,}97c$$

- Pro ukázku si ještě můžeme ukázat, že skládání rychlostí platí i pro běžné situace, avšak opět uvidíme, že rozdíly jsou oproti Galileovské relativitě minimálně, pokud se pohybujeme v malých rychlostech. Vezměme si, že se proti sobě pohybují dvě tělesa rychlostí 10 ms^{-1}. Předpokládáme tedy relativní rychlost 20 ms^{-1}.

$$v_r = \frac{10 + 10}{1 + \frac{100}{9 * 10^{16}}}\, ms^{-1} = \frac{20}{1 + \frac{10^{-14}}{9}} ms^{-1} = 19{,}99999999999997\, ms^{-1}$$

- Vidíme, že rozdíl je minimální pro malé rychlosti.

Energie x Hmota

- Právě Albert Einstein byl ten, kdo řekl, že hmota je energie. Po zkoumání materiálů starých téměř tři sta let odvodil dnes jednu z nejznámějších rovnic, které najdeme:

$$E = mc^2;\ \Delta E = \Delta mc^2$$

- Právě vzorec pro změnu energie v závislosti na změně hmotnosti nám říká, jak se změní hmotnost tělesa, pokud se bude pohybovat:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

$$\Delta m = \frac{m\,\Delta v^2}{2c^2}$$

- Vzorec E = mc^2 se používá především v jaderné a kvantové fyzice. Příkladem může být jaderná syntéza jader – hmotnostní úbytek a vazebná energie (viz jaderná fyzika).

Příklady

Střední doba života částice v její klidové soustavě je 2,8 * 10^{-10} s. Jaká je střední doba života této částice vhledem k laboratoři, vzhledem k níž se pohybuje rychlostí 0,96c?

- *Jedná se o dilataci času při určité rychlosti, není tedy problém dosadit do již známého vzorce:*

$$\Delta t = \frac{2{,}8 * 10^{-10}s}{\sqrt{1-\frac{0{,}96^2c^2}{c^2}}} = 10^{-9}s = 1\ ns$$

- Částici tedy můžeme pozorovat 1 ns.

Tyč o klidové délce 1 m se pohybuje vzhledem k pozorovateli ve směru své podélné osy rychlostí 0.97c. Jakou délku tyče pozorovatel naměří?

- *Opět se nejedná o nic jiného než o dosazení do vzorce:*

$$l = \sqrt{1-\frac{0{,}97^2c^2}{c^2}} \doteq 0{,}24m$$

- Pozorovatel naměří 24 cm dlouhou tyč.

Těleso se pohybuje k soustavě K‘ rychlostí 0,6c ve směru osy x‘. Stejnou rychlostí se pohybuje soustava K‘ vzhledem k soustavě K. Určete rychlost tělesa vzhledem k soustavě K. Jaká by byla rychlost tělesa vzhledem k soustavě K, kdyby platil i pro tyto rychlosti klasický zákon skládání rychlost?

- *Nejsnazší je začít klasickým skládáním rychlostí podle Galileova principu relativity:*

$$v = 0{,}6c + 0{,}6c = 1{,}2c$$

- *Nyní se podíváme na skládání rychlostí dle speciální teorie relativity:*

$$v = \frac{1{,}2c}{1 + \frac{0{,}36c^2}{c^2}} \doteq 0{,}88c$$

- Tělesa se vůči sobě pohybují rychlostí 0,88c. Pokud by platil klasický princip skládání rychlostí, pohybovala by se vůči sobě rychlostí 1,2c.

Jakou rychlostí ve srovnání s rychlostí světla se musí pohybovat proton, aby se jeho hmotnost zvětšila o 25%?

- *Pokud se hmotnost protonu zvětší o 25%, znamená to, že z hmotnosti m_0 bude hmotnost o velikosti 1,25m_0:*

$$1{,}25m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{1{,}25^2}$$

$$v = c\sqrt{1 - \frac{1}{1{,}25^2}} = 0{,}6c$$

- Těleso se musí pohybovat rychlostí 0,6c.